

Bitte schreiben Sie Ihren Namen und Matrikelnummer auf jedes Blatt ihrer Lösung und geben Sie auf der ersten Seite Ihre Tutorgruppe (Ort, Zeit, Name des Tutors) an.

Aufgabe 17: Bezugssysteme

Ein Massenpunkt bewege sich im Bezugssystem \mathcal{S} auf der Bahnkurve

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ bt \end{pmatrix},$$

wobei a und b Konstanten sind. Geben Sie die Bahnkurve in dem Bezugssystem \mathcal{S}' an, das:

a) (0.5 Punkte) um den konstanten Vektor $(0, 0, c)^T$ verschoben ist. (D.h. der Koordinatenursprung von \mathcal{S}' liegt bei $(0, 0, c)^T$ in \mathcal{S} .)

b) (0.5 Punkte) um den Winkel π um die y -Achse gedreht ist.

c) (0.5 Punkte) um den Winkel $\pi/4$ gegen den Uhrzeigersinn um die z -Achse gedreht ist.

d) (1 Punkt) sich gegenüber \mathcal{S} gleichförmig mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = (v, 0, 0)^T$ bewegt. (Für $t = 0$ sollen die Koordinatenachsen beider Systeme zusammenfallen.)

e) (1 Punkt) sich gegenüber \mathcal{S} gleichförmig mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = (0, 0, b)^T$ bewegt. (Für $t = a/b$ sollen die Koordinatenachsen beider Systeme zusammenfallen.)

f) (1 Punkt) sich gegenüber \mathcal{S} mit konstanter Beschleunigung $\vec{a} = (c, 0, c)^T$ bewegt. (Für $t = 0$ sollen die Koordinatenachsen beider Systeme zusammenfallen und die Relativgeschwindigkeit beider Systeme verschwinden.)

Aufgabe 18: Galilei-Transformationen

Jede eigentliche Galilei-Transformation ist eindeutig bestimmt durch eine Drehmatrix S , eine Relativgeschwindigkeit \vec{w} , einen Translationsvektor \vec{a} und eine Zeitverschiebung τ . Eine Bahnkurve $\vec{r}(t)$ transformiert unter der Galilei-Transformation $(S, \vec{w}, \vec{a}, \tau)$ wie folgt:

$$\vec{r}'(t') = \vec{r}'(t + \tau) = S\vec{r}(t) + \vec{w}t + \vec{a}.$$

a) (1 Punkt) Wie transformieren die Geschwindigkeit $\dot{\vec{r}}(t)$ und die Beschleunigung $\ddot{\vec{r}}(t)$ der Bahnkurve $\vec{r}(t)$ unter der Galilei-Transformation $(S, \vec{w}, \vec{a}, \tau)$?

b) (2 Punkte) Führen Sie zwei Galilei-Transformationen $(S_1, \vec{w}_1, \vec{a}_1, \tau_1)$ und $(S_2, \vec{w}_2, \vec{a}_2, \tau_2)$ hintereinander aus und bestimmen Sie Drehmatrix, Relativgeschwindigkeit, Translationsvektor und Zeitverschiebung der resultierenden Transformation.

c) (2 Punkte) Bestimmen Sie Drehmatrix, Relativgeschwindigkeit, Translationsvektor und Zeitverschiebung derjenigen Galilei-Transformation, die die Transformation $(S, \vec{w}, \vec{a}, \tau)$ rückgängig macht.

d) (0.5 Punkte) Die Newton'sche Gravitationskraft, die ein Teilchen der Masse m_2 am Ort $\vec{r}_2 \equiv \vec{r}_2(t)$ auf ein Teilchen der Masse m_1 am Ort $\vec{r}_1 \equiv \vec{r}_1(t)$ ausübt, ist

$$\vec{F}_{12}(t) = Gm_1m_2 \frac{\vec{r}_2(t) - \vec{r}_1(t)}{|\vec{r}_2(t) - \vec{r}_1(t)|^3} . \quad (1)$$

Dabei ist G die Newton'sche Gravitationskonstante. Bestimmen Sie das Transformationsverhalten der Kraft $F_{12}(t)$ unter der Galileitransformation $(S, \vec{w}, \vec{a}, \tau)$, indem Sie die transformierten Ortsvektoren $\vec{r}'_1(t')$ und $\vec{r}'_2(t')$ in Gl. (1) einsetzen. Was fällt Ihnen auf?