Institut für Theoretische Teilchenphysik

Klassische Theoretische Physik I

WS 2014

Übungsblatt 4

Prof. Dr. U. Nierste
Dr. M. Spinrath, Dr. S. Schacht

Abgabe: 21.11.2014
Besprechung: 28.11.2014

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt ihrer Lösung und geben Sie auf der ersten Seite Ihre Tutorgruppe (Ort, Zeit, Name des Tutors) an.

Aufgabe 7: Wir betrachten ein Objekt mit Masse m, das sich durch die Luftreibung gebremst unter dem Einfluss einer äußeren Kraft γm bewegt. Die Geschwindigkeit $v(t)$ erfüllt die Differentialgleichung

$$\dot{v} = \gamma - \alpha v - \beta v^2 \qquad \alpha, \beta, \gamma > 0. \tag{1}$$

Beispiele für diese Situation sind der Fall eines Objekts (aus nicht zu großer Höhe) in der Erdatmosphäre (wobei γ der Erdbeschleunigung g entspricht) oder das Fahrzeug aus Aufgabe 6, wobei dann $m\gamma$ die Kraft ist, mit der der Motor das Fahrzeug antreibt. Anstatt analog zur Aufgabe 6 vorzugehen, wählen wir einen Lösungsweg, der physikalisch intuitiver ist und zudem zu kürzeren Ausdrücken in den Zwischenschritten führt.

a) (1 Punkt) Welche der folgenden Eigenschaften treffen auf Gl. (1) zu: i) linear, ii) homogen oder iii) von erster Ordnung?

b) (1 Punkt) Bestimmen Sie eine zeitlich konstante Lösung $v(t) = v_c$ mit positiver Konstante v_c. Was können Sie zur Summe aus äußerer Kraft und Reibungskraft für diese spezielle Lösung sagen?

c) (1 Punkt) Schreiben Sie $v(t) = w(t) + v_c$ mit dem in b) bestimmten v_c und leiten Sie aus Gl. (1) eine Differentialgleichung für w her. Eliminieren Sie in dieser Gleichung γ durch v_c.

d) (2 Punkte) Bestimmen Sie $w(t)$, wobei die Integrationskonstante durch $w_0 := w(0)$ auszudrücken ist. Unterscheiden Sie die Fälle i) $w_0 > 0$, ii) $w_0 = 0$ und iii) $-v_c \leq w_0 < 0$. Geben Sie in allen Fällen die Grenzgeschwindigkeit $\lim_{t\to\infty} v(t)$ an. In welchen Fällen wird das Objekt beschleunigt bzw. verzögert?

Hinweise: Wegen $v \geq 0$ ist $w \geq -v_c$. Was wissen Sie über das Vorzeichen von $w + \dfrac{\alpha}{\beta} + 2v_c$?
Unterscheiden Sie schon beim Integrieren die Fälle $w > 0$, $w = 0$ und $w < 0$.

Aufgabe 8: Horizontaler Wurf: Ein Stein wird zur Zeit $t = 0$ aus der Höhe h waagerecht mit Geschwindigkeit $v_0 \geq 0$ geworfen, d.h. die Komponenten seiner Geschwindigkeit sind $v_x = v_0$ und $v_y = -gt$, wobei g die Erdbeschleunigung bezeichnet. Vernachlässigen Sie die Luftreibung.

a) (1 Punkt) Zu welchem Zeitpunkt T erreicht der Stein den Erdboden?

b) (4 Punkte) Berechnen Sie den zurückgelegten Weg

$$s = \int_0^T dt \sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}.$$

Bilden Sie zur Überprüfung den Grenzwert $v_0 \to 0$.
Hinweis: $\operatorname{arsinh} y = \ln(y + \sqrt{1 + y^2})$.