Institut für Theoretische Teilchenphysik

Klassische Theoretische Physik I

WS 2014

Prof. Dr. U. Nierste
Dr. M. Spinrath, Dr. S. Schacht

Übungsblatt 1
Abgabe: 24.10.2014, in den Übungen
Besprechung: 31.10.2014

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt ihrer Lösung und geben Sie auf der ersten Seite Ihre Tutorgruppe (Ort, Zeit, Name des Tutors) an.

Aufgabe 1: Berechnen Sie die ersten Ableitungen $f'(x) \equiv \frac{df}{dx}$ folgender Funktionen (für beliebiges $\alpha \in \mathbb{R}$):

a) (1 Punkt) $f(x) = x^\alpha \sin x$,

b) (1 Punkt) $f(x) = \sin x^\alpha := \sin(x^\alpha)$,

c) (1 Punkt) $f(x) = \sin^\alpha x := (\sin x)^\alpha$,

d) (2 Punke) $f(x) = x^\alpha \sin \dfrac{1}{x}$. Bilden Sie für $\alpha > 1$ in $f(x)$ und $\frac{df}{dx}$ den Limes $x \to 0$.

Aufgabe 2: Unter einer *Stammfunktion* F zu einer gegebenen Funktion f versteht man eine Funktion, die $\frac{dF}{dx} = f(x)$ erfüllt. Zwei verschiedene Stammfunktionen unterscheiden sich nur um eine additive Konstante.

a) (1 Punkt) Berechnen Sie alle Stammfunktionen zu $f(x) = x^\alpha$ für $\alpha \in \mathbb{R}$, $\alpha \neq -1$.

b) (1 Punkt) Berechnen Sie alle Stammfunktionen zu $f(x) = x^2 \cos x$.

c) (3 Punkte) Wir definieren für $x > 0$ eine Funktion $L(x)$ durch folgende Eigenschaften:

$$\frac{dL}{dx} = \frac{1}{x} \qquad \text{und} \quad L(1) = 0. \tag{1}$$

Leiten Sie unter ausschließlicher Verwendung von Gl. (1) folgende Eigenschaften her:

i) (0,5 Punkte) $L(x) + L(y) = L(xy)$.

ii) (0,5 Punkte) $L(x^\alpha) = \alpha L(x)$ für $\alpha \in \mathbb{R}$.

Die Umkehrfunktion f^{-1} einer Funktion f erfüllt die Eigenschaften $f^{-1}(f(x)) = x$ und $f(f^{-1}(y)) = y$. (Beispiel für $x > 0$: $f(x) = \sqrt{x}$ hat die Umkehrfunktion $f^{-1}(y) = y^2$.)

iii) (1 Punkt) Zeigen Sie $\dfrac{df^{-1}}{dy} = \dfrac{1}{df/dx}$, wobei $y = f(x)$ ist.

iv) (1 Punkt) Drücken Sie $\dfrac{dL^{-1}}{dy}$ durch $L^{-1}(y)$ aus.

Erkennen Sie in L und L^{-1} Funktionen wieder, die im Mathematik-Vorkurs behandelt wurden?