

Bitte schreiben Sie Ihren Namen auf jedes Blatt Ihrer Lösung und geben Sie auf der ersten Seite Ihre Tutorgruppe (Ort, Zeit, Name des Tutors) an.

Aufgabe 1 (10 Punkte): Betrachten Sie ein Potenzial, das für $|x| > a$ unendlich groß ist und für $-a \leq x \leq a$ verschwindet. Die Elektron-Wellenfunktion $\psi(x)$ muss dann für $|x| \geq a$ verschwinden; insbesondere ist also $\psi(-a) = \psi(a) = 0$.

a) (2 Punkte) Bestimmen Sie aus dem Hamiltonoperator $H = \frac{P^2}{2m}$ die Energie-Eigenwerte E_n und die zugehörigen normierten Eigenfunktionen $\psi_n(x)$ in der Ortsdarstellung. Dazu müssen Sie die Gleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi_n(x) = E_n \psi_n(x)$$

unter Beachtung der Randbedingung $\psi_n(-a) = \psi_n(a) = 0$ lösen.

b) (4 Punkte) Berechnen Sie $\langle X \rangle$ und die Ortsunschärfe ΔX für alle ψ_n .

Hinweise: Das Integral $\int_{-a}^a f(y) dy$ verschwindet, wenn $f(y) = -f(-y)$ ist. Weiterhin ist

$$\sin^2 y = \frac{1}{2} (1 - \cos(2y)) , \quad (1)$$

$$\cos^2 y = \frac{1}{2} (1 + \cos(2y)) . \quad (2)$$

c) (4 Punkte) Berechnen Sie $\langle P \rangle$ und die Impulsunschärfe ΔP für alle ψ_n . Geben Sie auch die Unschärfeprodukte $(\Delta X)(\Delta P)$ an.