

Aufgabe 13: Leptonische B -Zerfälle

- a) Der Zerfall $B^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau$ erfolgt im Standardmodell durch das Diagramm in Abb. 1(a). Zeigen Sie, dass der Zerfall auf Parton-Level beschrieben werden kann durch eine effektive Vier-Fermion-Wechselwirkung der Form

$$\mathcal{L}_W^{\text{eff}}(x) = -C_W [\bar{b}(x) \gamma_\mu P_L u(x)] [\bar{\nu}_\tau(x) \gamma^\mu P_L \tau(x)] + \text{h.c.} \quad .$$

Entwickeln Sie dazu den W -Propagator zu ersten nicht-verschwindenden Ordnung in p_B^2/M_W^2 , wobei p_B der Impuls des B^+ -Mesons ist. Drücken Sie den Koeffizienten C_W durch die Fermi-Konstante G_F und das CKM-Matrixelement V_{ub} aus.

- b) Die Zerfallsamplitude ist

$$\langle \tau^+(p, \sigma) \nu_\tau(k, \sigma') | i\mathcal{L}_W^{\text{eff}}(0) | B^+(p_B) \rangle = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_B - p - k) \mathcal{M}_{\sigma\sigma'}(p, k)$$

mit

$$i\mathcal{M}_{\sigma\sigma'}(p, k) = -iC_W \bar{u}(k, \sigma') \gamma^\mu P_L v(p, \sigma) \langle 0 | \bar{b}(0) \gamma_\mu P_L u(0) | B^+(p+k) \rangle \quad .$$

Dabei sind σ, σ' Spin-Indizes und p, k die Viererimpulse des τ^+ bzw. ν_τ . Drücken Sie das hadronische Matrixelement $\langle 0 | \bar{b}(0) \gamma_\mu P_L u(0) | B^+(p+k) \rangle$ durch die Zerfallskonstante f_{B^+} aus, mit

$$\langle 0 | \bar{b} \gamma^\mu \gamma_5 u(x) | B^+(P_B) \rangle = i f_{B^+} P_B^\mu e^{-iP_B \cdot x},$$

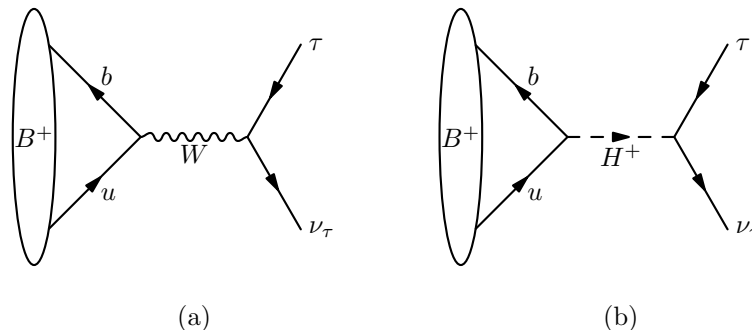


Figure 1: Tree-Level-Diagramme für den $B^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau$ Zerfall im Standardmodell und im Zwei-Higgs-Dublett-Modell.

und berechnen Sie die partielle Zerfallsbreite $\Gamma(B^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau)$. Verwenden Sie dabei $k^2 = 0$, $p^2 = m_\tau^2$ und $(p+k)^2 = m_B^2$.

- c) Im Zwei-Higgs-Dublett-Modell trägt zusätzlich das Diagramm in Abb. 1(b) bei. Zeigen Sie mit Hilfe Ihrer Rechnung aus Aufgabe 9, dass im Zwei-Higgs-Dublett-Modell vom Typ II die Kopplungen in Abb. 1(b) (bei Vernachlässigung der up-Quark und Neutrinomasse) gegeben sind durch

$$\mathcal{L}_{H^\pm f \bar{f}} = \tan \beta m_b V_{ub}^* \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{b} P_L u H^- + \tan \beta m_\tau \frac{\sqrt{2}}{v} \bar{\nu}_\tau P_R \tau H^+ + \text{h.c.} \quad .$$

- d) Schreiben Sie analog zu (a) die Wechselwirkung in Abb. 1(b) als

$$\mathcal{L}_H^{\text{eff}}(x) = -C_H [\bar{b}(x) P_L u(x)] [\bar{\nu}_\tau(x) P_R \tau(x)] + \text{h.c.}$$

und bestimmen Sie den Koeffizienten C_H .

- e) Zeigen Sie, dass

$$\langle 0 | \bar{b}(x) \gamma_5 u(x) | B^+(p_B) \rangle = -i f_{B^+} \frac{m_B^2}{m_b} e^{-ip_B x}$$

ist. Verwenden Sie dabei, dass die Quarkfelder die Bewegungsgleichung

$$i \not{D} b(x) = m_b b(x) \quad , \quad i \not{D} u(x) = 0$$

erfüllen. Hier ist $D_\mu = \partial_\mu - ig A_\mu^a T^a$ und A_μ^a bezeichnet das Gluon-Feld.

- f) Berechnen Sie analog zu (b) die partielle Zerfallsbreite $\Gamma(B^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau)$ im Zwei-Higgs-Dublett-Modell vom Typ II.
- g) Der experimentelle Wert für das Verzweigungsverhältnis $\text{Br}(B^+ \rightarrow \tau^+ \nu_\tau)$ ist $(1.15 \pm 0.23) \cdot 10^{-4}$. Wie groß ist die Diskrepanz zwischen Standardmodell-Vorhersage und Experiment? Für welche Werte von $\tan^2 \beta / m_{H^\pm}^2$ beträgt die Diskrepanz zwischen dem experimentellem Wert und der Theorie-Vorhersage im Zwei-Higgs-Dublett-Modell weniger als zwei Standardabweichungen? Verwenden Sie folgende Werte für die verbleibenden Parameter:

$$\begin{aligned} m_{B^+} &= 5.27925 \text{ GeV} \quad , \quad f_{B^+} = 0.192 \text{ GeV} \quad , \quad \Gamma_{B^+} = 4.011 \cdot 10^{-13} \text{ GeV} \quad , \\ m_b &= 4.8 \text{ GeV} \quad , \quad m_\tau = 1.77682 \text{ GeV} \quad , \quad |V_{ub}| = 0.00349 \quad , \\ G_F &= 1.1663787 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2} \quad , \quad v^2 = \frac{1}{\sqrt{2} G_F} \quad . \end{aligned}$$