Prof. Dr. U. Nierste
Dr. S. Schacht

Übungsblatt 8
Besprechung: Di, 07.06.2016

Aufgabe 11: Zwei-Higgs-Dublett-Modell

Im Zwei-Higgs-Dublett-Modell erweitert man den Higgs-Sektor des Standardmodells um ein weiteres Higgs-Dublett. Wir betrachten also zwei Higgs-Dubletts

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} \quad , \quad \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}$$

mit Hyperladung +1.

a) Die Vakuum-Erwartungswerte von Φ_1 und Φ_2 brechen die $SU(2) \times U(1)$-Symmetrie zur $U(1)_{\text{em}}$. Durch geeignete globale Phasentransformationen von Φ_1 und Φ_2 kann man sie auf die Form

$$\langle\Phi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_1 \end{pmatrix} \quad , \quad \langle\Phi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v_2 \end{pmatrix} \quad .$$

bringen, wobei v_1 und v_2 reell und positiv sind. Drücken Sie die W- und Z-Boson-Massen durch v_1, v_2 und die Eichkopplungen des Standardmodells aus.
Hinweis: Betrachten Sie die sog. *Higgs-Basis*, die durch $\Phi = \Phi_1 \cos\beta + \Phi_2 \sin\beta$ und $\Phi' = -\Phi_1 \sin\beta + \Phi_2 \cos\beta$ mit $\tan\beta = v_2/v_1$ definiert ist.

b) Der Quark-Yukawa-Sektor des Zwei-Higgs-Dublett-Modells hat die allgemeine Form

$$\mathcal{L}_Y = -Y_{ij}^{1u} \bar{Q}_{Li} \tilde{\Phi}_1 u_{Rj} - Y_{ij}^{1d} \bar{Q}_{Li} \Phi_1 d_{Rj} - Y_{ij}^{2u} \bar{Q}_{Li} \tilde{\Phi}_2 u_{Rj} - Y_{ij}^{2d} \bar{Q}_{Li} \Phi_2 d_{Rj} + \text{h.c.}$$

mit $\tilde{\Phi}_{1,2} \equiv \varepsilon \Phi_{1,2}^* \equiv i\sigma_2 \Phi_{1,2}^*$. Die Indizes i und j sind Generationenindizes und Y^{1u}, Y^{1d}, Y^{2u} und Y^{2d} sind Yukawa-Matrizen. Die Massen-Eigenzustände der Higgs-Bosonen sind $H^\pm$, $G^\pm$, G^0, A^0, H^0 und h^0. Für einen CP-erhaltenden Higgs-Sektor sind diese Felder definiert durch

$$\Phi_1 = \begin{pmatrix} c_\beta G^+ - s_\beta H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_1 + c_\alpha H^0 - s_\alpha h^0 + i c_\beta G^0 - i s_\beta A^0) \end{pmatrix} \quad ,$$
$$\Phi_2 = \begin{pmatrix} s_\beta G^+ + c_\beta H^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v_2 + s_\alpha H^0 + c_\alpha h^0 + i s_\beta G^0 + i c_\beta A^0) \end{pmatrix}$$

mit $s_\beta = \sin\beta$, $c_\beta = \cos\beta$, $s_\alpha = \sin\alpha$ und $c_\alpha = \cos\alpha$. Der Winkel α wird durch die Kopplungen im Higgs-Potential bestimmt.

Diagonalisieren Sie die Quark-Massenmatrizen durch unitäre Mischung der Quark-Felder

$$u_{Li} \to V_{ij}^{u_L} u_{Lj} \quad , \quad u_{Ri} \to V_{ij}^{u_R} u_{Rj} \quad , \quad d_{Li} \to V_{ij}^{d_L} d_{Lj} \quad , \quad d_{Ri} \to V_{ij}^{d_R} d_{Rj}$$

und bestimmen Sie die Kopplungen der Higgs-Felder A^0, H^0 und h^0 an die Quark-Masseneigenzustände. Welche Terme in $\mathcal{L}_Y$ führen zu Flavour-ändernden neutralen Strömen?

c) Um Flavour-ändernde neutrale Ströme im Zwei-Higgs-Dublett-Modell zu verbieten bedarf es einer weiteren Symmetrie. Die einfachste Wahl ist eine $\mathbb{Z}_2$-Symmetrie Z der Form

$$(\Phi_1, \Phi_2, u_{Ri}, d_{Ri}) \underset{Z}{\to} (\pm\Phi_1, \pm\Phi_2, \pm u_{Ri}, \pm d_{Ri}) \quad .$$

Für welche Kombinationen von Vorzeichen verbietet Z Flavour-ändernde neutrale Ströme?

Aufgabe 12: Hadronische Hyperon-Zerfälle

Der Zerfall eines Λ-Hyperons ($\Lambda \sim uds$) in ein π^- und ein Proton kann beschrieben werden durch die effektive Wechselwirkungs-Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{\Lambda p\pi} = -\bar{\Lambda}(g_S + g_P\gamma_5)p\pi^- + \text{h.c.} \quad .$$

Dabei sind Λ und p die Spinor-Felder des Λ-Hyperons bzw. Protons, $\pi^\pm \equiv (\pi^\mp)^\dagger$ bezeichnet das Skalarfeld des Pions und $g_{S,P}$ sind komplexe Kopplungskonstanten. Das Transformationsverhalten des Pion-Feldes unter den diskreten Transformationen ist

$$\mathcal{C}\pi^\pm(t,\mathbf{x})\mathcal{C}^{-1} = -\pi^\mp(t,\mathbf{x}) \quad , \quad \mathcal{P}\pi^\pm(t,\mathbf{x})\mathcal{P}^{-1} = -\pi^\pm(t,-\mathbf{x}) \quad ,$$
$$\mathcal{T}\pi^\pm(t,\mathbf{x})\mathcal{T}^{-1} = \pi^\pm(-t,\mathbf{x}) \quad ,$$

a) Wie transformiert $\mathcal{L}_{\Lambda p\pi}$ unter $\mathcal{C}$, $\mathcal{P}$, $\mathcal{T}$, $\mathcal{CP}$ und $\mathcal{CPT}$? Zeigen Sie, dass physikalische Observablen invariant unter $\mathcal{CPT}$-Transformationen sind.

b) Welche Relationen müssen die Kopplungen g_S und g_P erfüllen, damit die Theorie invariant ist unter

i) $\mathcal{P}$-Transformationen?

ii) $\mathcal{CP}$-Transformationen?

iii) $\mathcal{T}$-Transformationen?