INSTITUT FÜR THEORETISCHE TEILCHENPHYSIK

Einführung in die Flavourphysik
SoSe 2016

PROF. DR. U. NIERSTE
DR. S. SCHACHT

Übungsblatt 4
Besprechung: Di, 10.05.2016

Aufgabe 4: Phasenraumparametrisierung

Die partielle Zerfallsbreite für den Zerfall eines Teilchens mit Masse M und Viererimpuls P ($P^2 = M^2$) in n Teilchen mit Massen m_i ($i = 1, \dots, n$) ist gegeben durch

$$\Gamma = \frac{1}{2M} \int d^4p_1 \cdots d^4p_n \Phi_n(P, m_1, \dots, m_n; p_1, \dots, p_n) |\mathcal{M}(p_1, \dots, p_n)|^2 \quad .$$

Dabei ist $\mathcal{M}(p_1, \dots, p_n)$ das Matrixelement des Zerfallsprozesses und

$$\Phi_n(P, m_1, \dots, m_n; p_1, \dots, p_n) = (2\pi)^{4-3n} \delta^{(4)}(P - \textstyle\sum_{i=1}^n p_i) \displaystyle\prod_{i=1}^n \delta(p_i^2 - m_i^2) \theta(p_i^0)$$

das Lorentz-invariante Phasenraum-Integrationsmaß.

a) Zeigen Sie, dass für $r \in \{1, \dots, n-2\}$ gilt

$$\begin{aligned} &\Phi_n(P, m_1, \dots, m_n; p_1, \dots, p_n) \\ &\qquad = \int_0^\infty \frac{ds}{2\pi} \int d^4q \, \Phi_{r+1}(P, \sqrt{s}, m_1, \dots, m_r; q, p_1, \dots, p_r) \\ &\qquad\qquad \times \Phi_{n-r}(q, m_{r+1}, \dots, m_n; p_{r+1}, \dots, p_n) \quad . \end{aligned}$$

b) Parametrisieren Sie den 2-Teilchen-Phasenraum indem Sie in

$$\int d^4p_1 d^4p_2 \, \Phi_2(P, m_1, m_2; p_1, p_2) |\mathcal{M}(p_1, p_2)|^2$$

alle δ-Funktionen ausintegrieren. Behandeln Sie $\mathcal{M}(p_1, p_2)$ zunächst als beliebige Funktion der Impulse p_1 und p_2. Nutzen Sie anschließend die Lorentzinvarianz von $|\mathcal{M}(p_1, p_2)|^2$ aus, die bewirkt, dass $|\mathcal{M}(p_1, p_2)|^2$ nur von p_1^2, p_2^2 und $(p_1 + p_2)^2$ abhängt.

c) Parametrisieren Sie den 3-Teilchen-Phasenraum indem Sie in

$$\int d^4p_1 d^4p_2 d^4p_3 \, \Phi_3(P, m_1, m_2, m_3; p_1, p_2, p_3) |\mathcal{M}(p_1, p_2, p_3)|^2$$

alle δ-Funktionen ausintegrieren.

Aufgabe 5: Semileptonische B-Zerfälle

Die semileptonischen Zerfälle $\bar{B}^0 \to X_c \ell \nu_\ell$ (mit $\ell = e, \mu$) werden durch den partonischen Prozess $b \to c\ell\nu_\ell$ vermittelt. Hierbei steht X_c für alle Endzustände mit Flavour-Quantenzahl $C = 1$. Der partonische Prozess kann durch eine effektive 4-Fermion-Wechselwirkung beschrieben werden:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} [\bar{c}\gamma^\mu (1-\gamma_5) b][\bar{\ell}\gamma_\mu (1-\gamma_5)\nu_\ell] + \text{h.c.}$$

Dabei ist $G_F = 1.16637 \cdot 10^{-5}\,\text{GeV}^{-2}$ die Fermi-Konstante.

a) Berechnen Sie das quadrierte spingemittelte Matrixelement $|\mathcal{M}|^2$ für den Prozess $b \to c\ell\nu_\ell$. Vernachlässigen Sie dabei die Lepton- und die Neutrinomasse. Sie können die Spurformeln

$$\begin{gathered}
\text{Tr}(\gamma_5) = \text{Tr}(\gamma_5\gamma^\mu) = \text{Tr}(\gamma_5\gamma^\mu\gamma^\nu) = \text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho) = 0 \quad , \\
\text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad , \quad \text{Tr}(\gamma_5\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = -4i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \quad , \\
\text{Tr}(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho})
\end{gathered}$$

sowie

$$\sum_s u^s(p)\bar{u}^s(p) = \not{p} + m \quad , \quad \sum_s v^s(p)\bar{v}^s(p) = \not{p} - m$$

verwenden.

b) Berechnen Sie mit Hilfe Ihrer Ergebnisse aus Aufgabe 4 die inklusive Zerfallsbreite $\Gamma(b \to c\ell\nu_\ell)$ für $m_b = 4.7\,\text{GeV}$ und $m_c = 1.5\,\text{GeV}$. Betrachten Sie das semileptonische Verzweigungsverhaeltnis $B_{\text{sl}} = \Gamma(\bar{B}^0 \to X_c\ell\nu_\ell)\tau_{\bar{B}^0}$, wobei $\tau_{\bar{B}^0} = 1.527\,\text{ps}$ die $\bar{B}^0$-Lebensdauer ist. Setzen Sie $\Gamma(\bar{B}^0 \to X_c\ell\nu_\ell)$ mit $\Gamma(b \to c\ell\nu_\ell)$ gleich und bestimmen Sie $|V_{cb}|$ aus dem experimentellen Wert $B_{\text{sl}} = 0.105 \pm 0.001$.