Institut für Theoretische Teilchenphysik

Einführung in die Flavorphysik

SoSe 2016

Prof. Dr. U. Nierste
Dr. S. Schacht

Übungsblatt 1
Besprechung: Do, 21.04.2016

Aufgabe 1 (10 Punkte): Betrachten Sie die effektiven Lagrangedichten einer skalaren bzw. pseudoskalaren Kopplung eines Teilchens H mit Spin 0 an Fermionen f:

$$\text{i)} \quad \mathcal{L}_{\text{int}} = g_1 H \bar{f} f \,, \qquad\qquad \text{ii)} \quad \mathcal{L}_{\text{int}} = i g_2 H \bar{f} \gamma_5 f \,.$$

Die durch obige Gleichungen vermittelte Wechselwirkung ist diagrammatisch in Abb. 1 dargestellt. Wir betrachten den Zerfall $H \to f\bar{f}$. Die Spinoren von Fermion und Antifermion

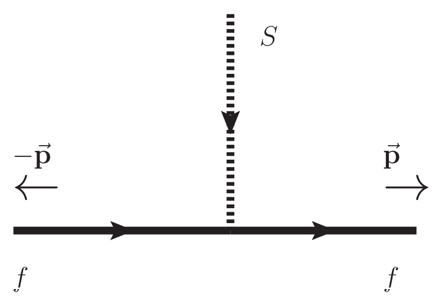

Abbildung 1: Feynman-Diagramm der Sff-Wechselwirkung.

werden üblicherweise durch den Impuls des Teilchens uns seine Helizität $\lambda = \pm 1/2$ charakterisiert. Wir legen die z-Achse in Richtung des Impulses $\vec{p}$ von f. Damit gilt $\lambda = m_s$ für f und $\lambda = -m_s$ für $\bar{f}$, wobei m_s der Eigenwert des Spin-Operators S_z ist. Für

$$p = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ \pm p_z \end{pmatrix} \tag{1}$$

gilt:

$$u\left(\vec{p}, \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m} \\ 0 \\ \sqrt{E-m} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad u\left(\vec{p}, -\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E+m} \\ 0 \\ -\sqrt{E-m} \end{pmatrix}, \tag{2}$$

$$v\left(-\vec{p}, \frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} \sqrt{E-m} \\ 0 \\ -\sqrt{E+m} \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v\left(-\vec{p}, -\frac{1}{2}\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{E-m} \\ 0 \\ \sqrt{E+m} \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Wir geben diese an für die Dirac-Matrizen in Standarddarstellung, d.h.

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \tag{4}$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Die Matrixelemente für die Wechselwirkungen i) und ii) sind somit

$$\mathcal{M}_1(\lambda, \lambda') = g_1 \bar{u}(\vec{p}, \lambda) v(-\vec{p}, \lambda') \qquad \text{bzw.} \quad \mathcal{M}_2(\lambda, \lambda') = i g_2 \bar{u}(\vec{p}, \lambda)\gamma_5 v(-\vec{p}, \lambda') \,. \tag{6}$$

a) (4 Punkte) Berechnen Sie $\mathcal{M}_{1,2}(\lambda, \lambda')$ für alle Kombinationen von λ und λ'.

b) (3 Punkte) Betrachten Sie nun Zerfälle von H in Spin-Eigenzuständen $|s, m_s\rangle$, wobei die Quantenzahl des Gesamtspins $\vec{S}^2$ die Werte $s = 0$ oder $s = 1$ annehmen kann. Drücken Sie die jeweils vier möglichen Matrixelemente durch Linearkombinationen von $\mathcal{M}_{1,2}(\pm\frac{1}{2}, \pm\frac{1}{2})$ aus.

c) (3 Punkte) Überprüfen Sie nun Spin und Bahndrehimpuls und die Drehimpulserhaltung:

i) Betrachten Sie die Kugelflächenfunktionen im Impulsraum (d.h. die Kugelkoordinaten sind $|\vec{p}|$, ϕ und θ) und drücken Sie Y_{00} und Y_{1m} durch $\hat{p}_x$, $\hat{p}_y$, $\hat{p}_z$ aus, wobei $\hat{p}_j = \frac{p_j}{|\vec{p}|}$ ist.

ii) Ordnen Sie für die nichtverschwindenden Fälle die Quantenzahlen s, m_s und l,m (für den Bahndrehimpuls) zu. Sind die Auswahlregeln erfüllt, ist der Drehimpuls im Zerfall erhalten?

.