

Moderne Theoretische Physik II

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. M. Jaquier, Dr. R. Rietkerk

Übungsblatt 6 – Teil A

Ausgabe: 21.12.18 – Abgabe: 18.01.19 bis 11:00 Uhr – Besprechung: 22.01.19

Aufgabe 1: Plötzliche Störung

3 Punkte

Der Hamilton-Operator eines eindimensionalen harmonischen Oszillators in einem konstanten äusseren elektrischen Feld lautet:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2 + eFx = H_0 + V(x),$$

wobei $V(x) = eFx$ ist. Die Eigenzustände von H_0 sind über die bekannten Auf- und Absteigeoperatoren a und a^\dagger gegeben.

(a) Betrachten Sie die Operatoren

$$A = a + \frac{g}{\hbar\omega}, \quad A^\dagger = a^\dagger + \frac{g}{\hbar\omega},$$

mit $g = eF\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$. Schreiben Sie H in Abhängigkeit von A und A^\dagger . Zeigen Sie, dass A und A^\dagger die gleichen Kommutationsrelationen wie a und a^\dagger erfüllen und geben Sie mithilfe dieser Operatoren eine Basis von Eigenzuständen von H an.

(b) Das äussere elektrische Feld werde nun plötzlich ausgeschaltet, so dass der Hamilton-Operator durch H_0 gegeben ist. Betrachten Sie einen Eigenzustand $|n\rangle$ von H und geben Sie in niedrigster Ordnung die Wahrscheinlichkeiten für Übergänge von $|n\rangle$ zu den Eigenzuständen von H_0 .

(c) Was erwarten Sie, wenn das elektrische Feld stattdessen adiabatisch heruntergefahren wird?

Aufgabe 2: Änderung der Feinstrukturkonstante

2 Punkte

Experimente mit Atomuhren haben eine obere Schranke für eine mögliche zeitliche Änderung der Feinstrukturkonstante α zu

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = (-1.6 \pm 2.3) \times 10^{-17}$$

pro Jahr ergeben¹. Gehen Sie von einer Zeitabhängigkeit von der Form $\alpha(t) = at + b$ aus und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Wasserstoffatom

¹T. Rosenband; et al. (2008). "Frequency Ratio of Al⁺ and Hg⁺ Single-Ion Optical Clocks;

aufgrund dieser Abhängigkeit vom $1S$ - im $2S$ -Zustand übergeht, in erster Ordnung in adiabatischer Störungstheorie. Wie viele Atome müssen betrachtet werden, um einen solchen Übergang mit nicht vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Jahres zu beobachten?

Metrology at the 17th Decimal Place". *Science*, 319 (5871): 1808–12. Siehe auch R. Srianand; et al. (2004). "Limits on the Time Variation of the Electromagnetic Fine-Structure Constant in the Low Energy Limit from Absorption Lines in the Spectra of Distant Quasars". *Physical Review Letters*. 92 (12): 121302. arXiv:astro-ph/0402177 und Yasunori, F. (2004). "Oklo Constraint on the Time-Variability of the Fine-Structure Constant". *Astrophysics, Clocks and Fundamental Constants. Lecture Notes in Physics*. Springer Berlin. pp. 167–185.