

## Moderne Theoretische Physik II

Vorlesung: Prof. Dr. K. Melnikov – Übung: Dr. M. Jaquier, Dr. R. Rietkerk

### Übungsblatt 6 – Teil A

Ausgabe: 21.12.18 – Abgabe: 18.01.19 bis 11:00 Uhr – Besprechung: 22.01.19

#### Aufgabe 1: Plötzliche Störung

3 Punkte

Der Hamilton-Operator eines eindimensionalen harmonischen Oszillators in einem konstanten äusseren elektrischen Feld lautet:

$$H = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}x^2 + eFx = H_0 + V(x),$$

wobei  $V(x) = eFx$  ist. Die Eigenzustände von  $H_0$  sind über die bekannten Auf- und Absteigeoperatoren  $a$  und  $a^\dagger$  gegeben.

(a) Betrachten Sie die Operatoren

$$A = a + \frac{g}{\hbar\omega}, \quad A^\dagger = a^\dagger + \frac{g}{\hbar\omega},$$

mit  $g = eF\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$ . Schreiben Sie  $H$  in Abhängigkeit von  $A$  und  $A^\dagger$ . Zeigen Sie, dass  $A$  und  $A^\dagger$  die gleichen Kommutationsrelationen wie  $a$  und  $a^\dagger$  erfüllen und geben Sie mithilfe dieser Operatoren eine Basis von Eigenzuständen von  $H$  an.

(b) Das äussere elektrische Feld werde nun plötzlich ausgeschaltet, so dass der Hamilton-Operator durch  $H_0$  gegeben ist. Betrachten Sie einen Eigenzustand  $|n\rangle$  von  $H$  und geben Sie in niedrigster Ordnung die Wahrscheinlichkeiten für Übergänge von  $|n\rangle$  zu den Eigenzuständen von  $H_0$ .

(c) Was erwarten Sie, wenn das elektrische Feld stattdessen adiabatisch heruntergefahren wird?

#### Aufgabe 2: Änderung der Feinstrukturkonstante

2 Punkte

Experimente mit Atomuhren haben eine obere Schranke für eine mögliche zeitliche Änderung der Feinstrukturkonstante  $\alpha$  zu

$$\frac{\dot{\alpha}}{\alpha} = (-1.6 \pm 2.3) \times 10^{-17}$$

pro Jahr ergeben<sup>1</sup>. Gehen Sie von einer Zeitabhängigkeit von der Form  $\alpha(t) = at + b$  aus und bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Wasserstoffatom

<sup>1</sup>T. Rosenband; et al. (2008). "Frequency Ratio of Al<sup>+</sup> and Hg<sup>+</sup> Single-Ion Optical Clocks;

aufgrund dieser Abhängigkeit vom  $1S$ - im  $2S$ -Zustand übergeht, in niedrigster Ordnung in adiabatischer Störungstheorie. Wie viele Atome müssen betrachtet werden, um einen solchen Übergang mit nicht vernachlässigbarer Wahrscheinlichkeit innerhalb eines Jahres zu beobachten?

---

Metrology at the 17th Decimal Place". *Science*, 319 (5871): 1808–12. Siehe auch R. Srianand; et al. (2004). "Limits on the Time Variation of the Electromagnetic Fine-Structure Constant in the Low Energy Limit from Absorption Lines in the Spectra of Distant Quasars". *Physical Review Letters*. 92 (12): 121302. arXiv:astro-ph/0402177 und Yasunori, F. (2004). "Oklo Constraint on the Time-Variability of the Fine-Structure Constant". *Astrophysics, Clocks and Fundamental Constants. Lecture Notes in Physics*. Springer Berlin. pp. 167–185.