

Klassische Theoretische Physik II

Übungsblatt 9

Sommersemester 2017

Abgabe: 22.6.2017

Besprechung: 27.6.2017

Aufgabe 17: Explizite Minimierung der Wirkung (8 Punkte)

Für den vertikalen Wurf eines Balls unter dem Einfluss der Gravitationskraft $\vec{F}_G = -mg\vec{e}_y$ machen wir den folgenden Ansatz

$$y(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0,$$

mit zu bestimmenden Konstanten a_0, a_1, a_2 .

- (a) Bestimmen sie a_0 und a_1 aus den Randbedingungen

$$y(0) = y(T) = 0.$$

(2 Punkte)

- (b) Berechnen Sie die Wirkung S zwischen $t = 0$ und $t = T$ als Funktion von m, a_2, g und T .

(4 Punkte)

- (c) Zeigen Sie dass die Wirkung minimal wird für $a_2 = -g/2$.

(2 Punkte)

Aufgabe 18: Erhaltungsgrößen (12 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen mit Masse m und Ladung $q > 0$ in einem räumlich und zeitlich konstanten Magnetfeld \vec{B} und einem elektrischen Potenzial Φ .

- (a) Zeigen Sie, dass mit

$$\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r},$$

$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ ist. Wählen Sie $\vec{B} = B\vec{e}_z$ mit $B > 0$ und geben Sie \vec{A} und die Lagrangefunktion L (Gl. 292 der Vorlesung) in Zylinderkoordinaten an. Eliminieren Sie B zugunsten der Zyklotronfrequenz $\omega = Bq/m$.

(4 Punkte)

- (b) Φ hänge nur von z und ρ , aber nicht von ϕ und t ab. Welche Koordinaten sind zyklisch? Geben Sie die zwei Erhaltungsgrößen als Funktion von ρ, ϕ, z und deren ersten Zeitableitungen an. Geben Sie die Lagrange'sche Bewegungsgleichung für z an.

(4 Punkte)

- (c) Betrachten Sie den Fall, dass Φ nur von ρ abhängt. Welche dritte Erhaltungsgröße gibt es nun? Finden Sie die Bewegungsgleichung $\dot{\rho} = f(\rho, t)$, wobei Sie $f(\rho, t)$ durch die Erhaltungsgrößen ausdrücken. Bestimmen Sie nun speziell alle Lösungen $\vec{r}(t)$, für die $\rho(t) = \rho_0$ konstant ist. Zeigen Sie, dass diese Lösungen für die Bahnkurven $\vec{r}(\phi)$ Schraubenlinien

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} \rho_0 \cos \phi \\ \rho_0 \sin \phi \\ z_0 + h\phi/(2\pi) \end{pmatrix},$$

sind und bestimmen Sie die Ganghöhe h .

(4 Punkte)