

---

# Klassische Theoretische Physik II

## Übungsblatt 9

Sommersemester 2017

Abgabe: 22.6.2017

Besprechung: 27.6.2017

---

### Aufgabe 17: Explizite Minimierung der Wirkung (8 Punkte)

Für den vertikalen Wurf eines Balls unter dem Einfluss der Gravitationskraft  $\vec{F}_G = -mg\vec{e}_y$  machen wir den folgenden Ansatz

$$y(t) = a_2 t^2 + a_1 t + a_0,$$

mit zu bestimmenden Konstanten  $a_0, a_1, a_2$ .

- (a) Bestimmen sie  $a_0$  und  $a_1$  aus den Randbedingungen

$$y(0) = y(T) = 0.$$

(2 Punkte)

- (b) Berechnen Sie die Wirkung  $S$  zwischen  $t = 0$  und  $t = T$  als Funktion von  $m, a_2, g$  und  $T$ .

(4 Punkte)

- (c) Zeigen Sie dass die Wirkung minimal wird für  $a_2 = -g/2$ .

(2 Punkte)

### Aufgabe 18: Erhaltungsgrößen (12 Punkte)

Betrachten Sie ein Teilchen mit Masse  $m$  und Ladung  $q > 0$  in einem räumlich und zeitlich konstanten Magnetfeld  $\vec{B}$  und einem elektrischen Potenzial  $\Phi$ .

- (a) Zeigen Sie, dass mit

$$\vec{A} = \frac{1}{2} \vec{B} \times \vec{r},$$

$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$  ist. Wählen Sie  $\vec{B} = B\vec{e}_z$  mit  $B > 0$  und geben Sie  $\vec{A}$  und die Lagrangefunktion  $L$  (Gl. 292 der Vorlesung) in Zylinderkoordinaten an. Eliminieren Sie  $B$  zugunsten der Zyklotronfrequenz  $\omega = Bq/m$ .

(4 Punkte)

- (b)  $\Phi$  hänge nur von  $z$  und  $\rho$ , aber nicht von  $\phi$  und  $t$  ab. Welche Koordinaten sind zyklisch? Geben Sie die zwei Erhaltungsgrößen als Funktion von  $\rho, \phi, z$  und deren ersten Zeitableitungen an. Geben Sie die Lagrange'sche Bewegungsgleichung für  $z$  an.

(4 Punkte)

- (c) Betrachten Sie den Fall, dass  $\Phi$  nur von  $\rho$  abhängt. Welche dritte Erhaltungsgröße gibt es nun? Finden Sie die Bewegungsgleichung  $\dot{\rho} = f(\rho, t)$ , wobei Sie  $f(\rho, t)$  durch die Erhaltungsgrößen ausdrücken. Bestimmen Sie nun speziell alle Lösungen  $\vec{r}(t)$ , für die  $\rho(t) = \rho_0$  konstant ist. Zeigen Sie, dass diese Lösungen für die Bahnkurven  $\vec{r}(\phi)$  Schraubenlinien

$$\vec{r}(\phi) = \begin{pmatrix} \rho_0 \cos \phi \\ \rho_0 \sin \phi \\ z_0 + h\phi/(2\pi) \end{pmatrix},$$

sind und bestimmen Sie die Ganghöhe  $h$ .

(4 Punkte)