

# PROBEKLAUSUR ZUR KLASSISCHEN THEORETISCHEN PHYSIK II

Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)

Dienstag, 04.06.2013, 16:00 – 18:00

Dr. M. Brucherseifer, Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

## Wichtig:

- Schreiben Sie auf jedes Blatt Namen und Matrikelnummer.
- Beginnen Sie jede Aufgabe auf einem neuen Blatt.
- Die Klausurergebnisse werden unter untenstehender Identifikationsnummer am 06.06.13 auf der Homepage der Vorlesung und durch Aushang veröffentlicht.
- Die Einsicht der Klausur findet am 06.06.13 von 15:45 – 17:15 in 6/1 statt.

### Aufgabe 1:

12 Punkte

Hinweis: Die Fragen in dieser Aufgabe können alle unabhängig voneinander und kurz beantwortet werden.

- a) Was versteht man unter einer zyklischen Koordinate? Zeigen Sie, dass der zugehörige generalisierte Impuls erhalten ist. 2 P
- b) Betrachten Sie eine Lagrangefunktion  $L(q, \dot{q}, t)$ , die nicht explizit von der Zeit abhängt, also  $\frac{\partial}{\partial t}L(q, \dot{q}, t) = 0$ . Welche Kombination  $Z(q, \dot{q}, t)$  aus  $L$ ,  $\frac{\partial}{\partial \dot{q}}L$  und  $\dot{q}$  hat die Eigenschaft  $\frac{d}{dt}Z(q, \dot{q}, t) = 0$  unter der Bedingung, dass die Euler-Lagrange-Gleichung erfüllt ist? Beweisen Sie Ihre Antwort. 2 P
- c) Zeigen Sie für ein eindimensionales System, wie aus dem Prinzip der kleinsten Wirkung die Euler-Lagrange-Gleichung folgt. 2 P
- d) Gegeben sei eine Lagrangefunktion

$$L = L(\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}, \dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2, \dot{x}_3)$$

Finden Sie mögliche Symmetrien der Lagrangefunktion, geben Sie die entsprechende infinitesimale Variablentransformationen an und bestimmen Sie mit Hilfe des Noether-Theorems die dazugehörige Erhaltungsgröße. 3 P

- e) Gegeben Sei ein gebundenes Zweikörpersystem mit Massen  $m_1$  und  $m_2$  sowie dem Wechselwirkungspotential

$$U = -\frac{Gm_1m_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} - \frac{GMm_1}{|\vec{r}_1|} - \frac{GMm_2}{|\vec{r}_2|},$$

wobei  $G$  und  $M$  beliebige positive Konstanten sind. Was ergibt sich für das Langzeitmittel des Verhältnisses von kinetischer und potentieller Energie? 3 P

PROBEKLAUSUR ZUR KLASSISCHEN THEORETISCHEN PHYSIK II

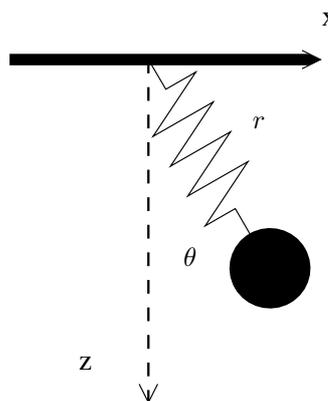
Prof. Dr. J. Kühn (Theoretische Teilchenphysik)

Dienstag, 04.06.2013, 16:00 – 18:00

Dr. M. Brucherseifer, Dr. P. Marquard (Theoretische Teilchenphysik)

**Aufgabe 2:** 10 Punkte

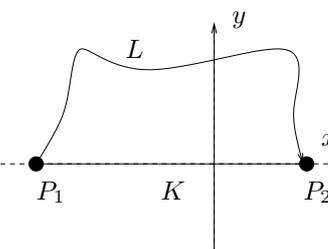
Betrachten Sie ein ebenes Pendel wie in nebenstehender Abbildung. Eine Masse  $M$  sei an einer Feder mit Federkonstanten  $D$  befestigt und befinde sich im Gravitationsfeld der Erde. Die Feder habe im entspannten Zustand die Länge  $R$ . Die Bewegung soll nur in der  $x$ - $z$ -Ebene stattfinden.



- a) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf. 3 P
- b) Leiten Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für  $\theta$  und  $r$  her. 2 P
- c) Berechnen Sie die Gleichgewichtslage  $r_0$  und  $\theta_0$ . 2 P
- d) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage. 3 P  
Hinweis: Terme quadratisch in den Geschwindigkeiten können vernachlässigt werden.

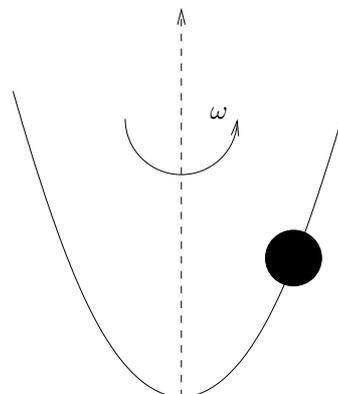
**Aufgabe 3:** 6 Punkte

Betrachten Sie zwei Punkte  $P_1$  und  $P_2$ , welche durch eine gerade Linie  $K$  verbunden seien. Bestimmen Sie unter allen Kurven mit fester Länge  $L$ , die  $P_1$  und  $P_2$  verbinden, die Form derjenigen, welche zusammen mit  $K$  die größte Fläche einschließt. Es ist nicht erforderlich die freien Parameter explizit zu bestimmen.



**Aufgabe 4:** 8 Punkte

Betrachten Sie eine Kugel mit Masse  $m$ , die reibungslos unter Einfluss der Erdanziehung auf einem um die  $z$ -Achse mit Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierenden Draht mit der Form  $z = ar^2$  gleiten kann.



- a) Wählen Sie geeignete Koordinaten und stellen Sie die Lagrangefunktion auf. 3 P
- b) Leiten Sie die Bewegungsgleichung her und bestimmen Sie die Gleichgewichtslage. Ist die Gleichgewichtslage stabil? Was passiert für den Fall  $\omega^2 = 2ag$ ? 3 P
- c) Statt die Bewegungsgleichung direkt zu lösen, ist es einfacher, auszunutzen, dass die Lagrangefunktion nicht explizit von der Zeit abhängt und sich somit direkt ein Integral der Bewegung angeben lässt. Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung in Integralform an. 2 P